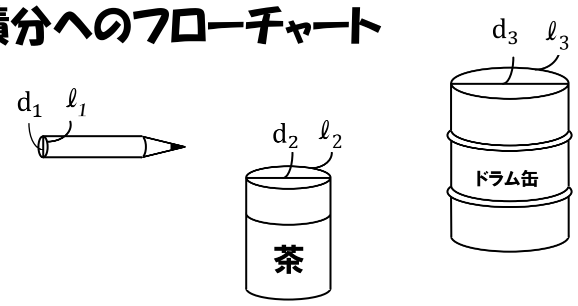
浪人生、高校生のあなたに!!

小学校で初めて出会う“π”から、高校への微積分へのフローチャート

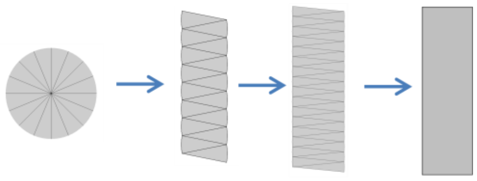
	直径	円周	ℓ/d
赤えんぴつ	7mm	23mm	3.2857
茶筒	75mm	230mm	3.067
ドラム缶	57cm	179cm	3.1404



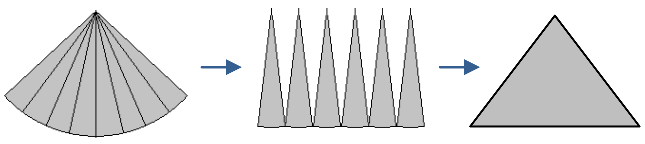
赤えんぴつと茶筒とドラム缶の直径及び円周の長さを測ったら上の表のようになりました。

へぇ～ 円の大きさにかかわらず ℓ/d=3.1 くらいで一定なんだ！←これは全ての円が直径と円周の長さの比が等しく相似な図形であることを意味するんだ！

これが小学生が初めて出会う π=3.141592… です。ふ～ん何か不思議な気がする。⇒$\ell=\pi d=2\pi r$…①



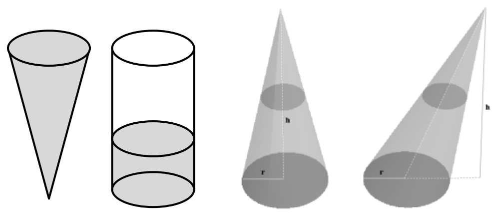
じゃあ、面積はどうやって求めるの？下の図に示した円の中心をとおる数多くの直径で分割して、切り取って交互につなげる。さらに細分化してつなげると長方形の面積に帰着出来て、縦の長さがπr 横の長さが r よってその面積は $S=\pi r^2$……② ←これは将来の積分の考え方に通じるね！



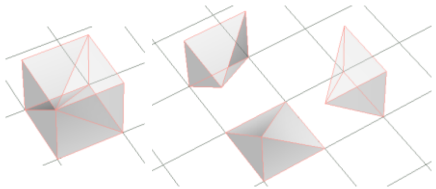
じゃあ扇形の面積もおんなじように考えればいいんだ。すると三角形の面積に帰着出来て、底辺の長さ×高さ÷2 になるんだ～。えーっ！扇形って三角形なんだ！

どひゃー！そんな意見初めて聞いた。弧の長さが三角形の底辺であるという考えをすれば可能かも。

中学校の教科書に円錐容器に水を入れて直円柱の容器に移し替えるとその深さが 1/3 になるって書いてあるけどなんで 1/3 なのー？表面張力なんか考えなくていいのー？ちょっとぐらいの狂いがあるんじゃないの？うん！寸分の狂いもなく 1/3 なんだ。

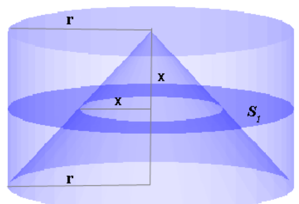


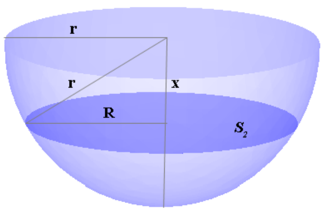
「カヴァリエリの原理」って知ってる？知らなーい うん、それはね、10 円玉を 10 枚まっすぐに重ねても、少し斜めに重ねても、その体積は変わらないよね。すなわち、底面に平行な平面で切ったときの切り口の面積が同じであるならば、その体積も等しいんだ。という原理です。



立方体を左図のように 3 つの合同な立体に分割すると、1 つの四角錐の体積は立方体の 1/3 になるね！それは、多角錐や円錐においても全く同じことがいえるんだ。

じゃあ、球の体積はどうなってるの？下図に示した半径 r で高さも r の直円柱から、円錐の部分を除いた体積と、半径が r の球の体積を考えると、底面に平行な平面で切ったときの切り口の面積がいずれも、





$S_1=\pi(r^2-x^2)$、 $S_2=\pi(r^2-x^2)$ となり、$S_1=S_2$ だから、

$V_1=V_2$ となり、$V_1=\pi r^2\times r-\frac{1}{3}\pi r^2\times r=\frac{2}{3}\pi r^3$ よって、$V_2=\frac{2}{3}\pi r^3$ ゆえに、球の体積はその 2 倍だから $V=\frac{4}{3}\pi r^3$…③ が出るんだ！

それじゃあ、球の表面積は？ うん！左図のように球の中心を頂点とする、球の表面の一部を底面とする四角錐に細分化すると、球の体積はその四角錐の全体の体積を加えたものだから、球の表面積をSとすると$V=\frac{1}{3}\times S\times r$ よって $S=\frac{3V}{r}$ となり、③を代入すると、$S=4\pi r^2$ が導出できた。えーっ すごい！でもその四角錐は底面が平面じゃなくて曲面だよね？何かうそっぽい気がするんだけど。さすがですね！その通り！まだあいまい性が残されているのは事実です。そのあいまい性をより厳密に表現しようとしたのが、微分積分学なのです。

『困難な問題を(1)小部分よりから分割し(2)単純なものから少しずつ複雑な認識へと進み、(3)全般的な再検討を行う』 デカルトの『方法序説』より

夏にはソフトボール大会、冬には餅つき、春にはスキー教室もあるよ！